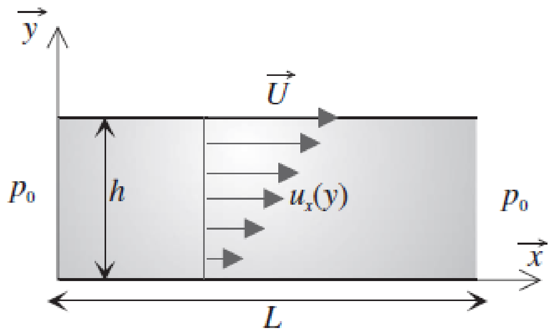
Série 4 –Dynamique des fluides Newtoniens

Exercice N°1 : Écoulement de Couette (plan)

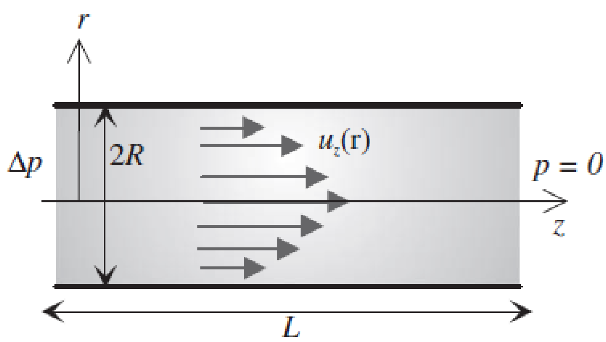
On considère l'écoulement plan entre deux plaques distantes de h dont l'une est mobile à la vitesse U et l'autre est fixe. La largeur des parois est grande devant h ainsi que la longueur notée L. Le fluide a un comportement newtonien et l'écoulement est incompressible et permanent. On néglige le poids du fluide devant les forces de viscosité.



1. Montrer que le champ de vitesse est de la forme : $\vec{u} = (u_x(y), 0, 0)$.
2. À partir des équations de *Navier-Stokes*, montrer que le champ de pression est uniforme en tout point et égal à la pression atmosphérique p_0 et que $u_x(y) = Uy/h$.
3. Calculer le débit masse de l'écoulement.

Exercice N°2 : Écoulement de Poiseuille (tube)

Un fluide est mis en écoulement dans une conduite cylindrique de rayon R sous l'effet d'une surpression Δp entre l'entrée et la sortie de la conduite. On note L la longueur de la conduite. Le fluide est newtonien de viscosité dynamique μ et de masse volumique ρ et l'écoulement est incompressible et permanent. On néglige le poids du fluide devant les forces de viscosité.



1. Montrer que le champ de vitesse est de la forme : $\vec{u} = (0, 0, u_z(r))$.

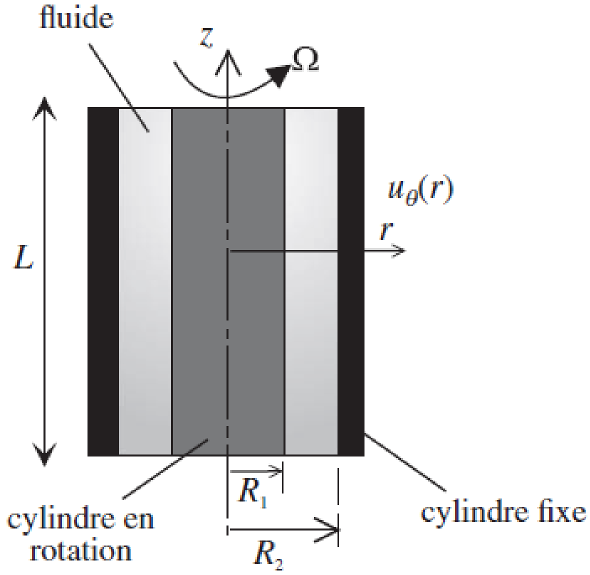
2. À partir des équations de Navier-Stokes, montrer que le champ de pression est $p = \Delta p(1 - z/L)$ et que $u_z(r) = \Delta p(R^2 - r^2)/4\mu L$.

3. Donner l'expression du débit masse de l'écoulement.

4. Donner l'expression de la contrainte à la paroi.

Exercice N°3 : Écoulement de Couette (cylindrique)

Un fluide est mis en écoulement dans l'entrefer de deux cylindres coaxiaux, le cylindre intérieur est de rayon R_1 et le cylindre extérieur est de rayon R_2. Le cylindre intérieur est en rotation uniforme avec une vitesse angulaire Ω. On note L la hauteur des cylindres. Le fluide a un comportement newtonien (viscosité dynamique μ et masse volumique ρ) et l'écoulement est incompressible et permanent. On néglige le poids du fluide devant les forces de viscosité.



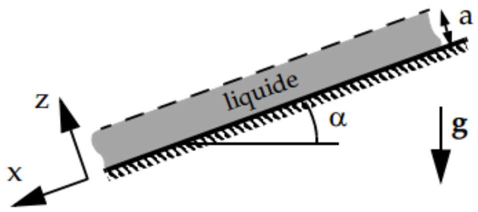
1. Montrer que le champ de vitesse est de la forme : $\vec{u} = (0, u_\theta(r), 0)$.

2. À partir des équations de Navier-Stokes, montrer que le champ de pression est uniforme en tout point du fluide et donner l'expression de $u_\theta(r)$.

3. Calculer le couple à appliquer au cylindre extérieur pour le maintenir fixe dans ces conditions.

Exercice N°4 : Surface libre

Sous l'effet de la pesanteur, un liquide visqueux et incompressible d'épaisseur constante a est en écoulement permanent bidimensionnel sur une plaque inclinée: figure.
Soit $\mathbf{v}$ = (u,0,w) la vitesse du liquide selon les axes x, y et z.



a. Montrer qu'en réalité l'écoulement est unidimensionnel selon x.
b. Calculer la pression p(x,z) en tout point de l'écoulement.
c. Déterminer l'expression de la vitesse u(x,z) du liquide.
d. En déduire le débit volumique par unité de largeur de la plaque.